

Wpisane

Zadanie 1.

Miary kątów trójkąta ABC wynoszą 40° , 60° , 80° . Niech A_1 , B_1 , C_1 będą punktami styczności okręgu wpisanego z bokami trójkąta ABC . Wyznacz miary kątów trójkąta $A_1B_1C_1$.

Rozwiązanie

Niech O będzie środkiem okręgu wpisanego w trójkąt ABC . Wyznaczamy miary kątów: kąt A_1OB_1 , kąt A_1OC_1 , kąt C_1OA_1 . Następnie korzystamy z faktu, że kąt wpisany w okrąg ma miarę dwa razy mniejszą od kąta środkowego opartego na tym samym łuku okręgu.

Odpowiedź: 70° , 60° , 50° .

Zadanie 2

Korzystając jedynie ze wzoru na promień okręgu wpisanego w trójkąt:

$$r = \frac{2S}{L}, \text{ gdzie } S - \text{pole, } L - \text{jego obwód } r = \frac{a+b-c}{2},$$

wyprowadź wzór na promień okręgu wpisanego w trójkąt prostokątny.

Rozwiązanie

W trójkącie prostokątnym zachodzą równości:

$$a^2 + b^2 = c^2 \quad \text{ i } \quad S = \frac{ab}{2}.$$

Zatem:

$$r = \frac{2 \cdot \frac{ab}{2}}{a+b+c} = \frac{ab}{a+b+c} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b+c)(a+b-c)} = \frac{ab(a+b-c)}{(a+b)^2 - c^2} = \frac{ab(a+b-c)}{a^2 + 2ab + b^2 - c^2} = \frac{ab(a+b-c)}{2ab} = \frac{a+b-c}{2}$$