

## Natura

### Zadanie 1.

Farmer posiada pewną liczbę owiec, które chce podzielić na równe ilościowo grupy. Najpierw podzielił owce na grupy po dwie sztuki, lecz odkrył, że pozostała mu jedna wolna owca. Następnie spróbował podzielić na grupy po trzy sztuki, lecz pozostały mu dwie owce. Potem podzielił owce na grupy po cztery sztuki, lecz pozostały mu trzy owce Itak dalej. Dopiero, gdy podzielił stado na grupy po siedemnaście sztuk nie pozostała mu wtedy żadna wolna owca. Jaka jest minimalna liczba owiec, które należą do farmera?

### Rozwiązanie

Niech ilość owiec posiadanych przez farmera wynosi  $n$ . Z warunków problemu wynika, że dzieląc  $n$  kolejno przez 2, 3, 4, ..., 15, 16, otrzymujemy resztę -1 w każdym przypadku.

Zatem,  $n = m \cdot \text{NWW}(2, 3, 4, \dots, 15, 16) - 1$

lub,  $n = 720720 \cdot m - 1$ , zawsze gdy  $m$  jest dodatnią liczbą całkowitą.

Ponieważ z warunków problemu wiemy, że  $n$  jest podzielne przez 17, to musimy mieć:

$$720720 \cdot m \pmod{17} = 1$$

$$\text{lub, } 5 \cdot m \pmod{17} = 1 \pmod{17} = 35$$

$$\text{lub, } m \pmod{17} = 7$$

$$\text{lub, } m = 17 \cdot p + 7, \text{ gdzie } p \text{ jest nieujemną liczbą całkowitą}$$

$$\text{lub, } n = 720720(17 \cdot p + 7) - 1$$

$$= 12252240 \cdot p + 5045039$$

Minimalna wartość  $n$  istnieje zawsze gdy  $p = 0$ , dając  $N = 5045039$

Czyli, poszukiwana minimalna ilość owiec wynosi 5045039 sztuk.

### Zadanie 2.

Paweł ma w ogrodzie trzy identyczne duże, puste i otwarte od góry pojemniki na wodę oznakowane jako C1, C2, C3. O godzinie, przyjmijmy umownie, zero zaczyna padać deszcz i pojemniki powoli napełniają się wodą w tempie  $R$  litrów na minutę. Siedem minut później Paweł zaczyna opróżniać pojemnik C1 w tempie  $J$  litrów na minutę. W momencie, gdy pojemnik C1 jest pusty, Paweł zaczyna opróżniać pojemnik C2 i kończy tę czynność 42 minuty później. W czasie, gdy pojemnik C2 zostaje opróżniony deszcz zaczyna padać z dwa razy większą intensywnością, czyli  $2R$  litrów na minutę i wtedy Paweł zaczyna opróżniać pojemnik C3 dwa razy szybciej w tempie  $2J$  litrów na minutę. W chwili, gdy Paweł zakończy opróżnianie pojemnika C3, deszcz przestaje padać. Po jakim czasie Paweł zaczął opróżniać pojemnik C3 i po jakim czasie przestało padać, licząc od momentu rozpoczęcia deszczu?

### Rozwiązanie

Jeżeli  $x$  jest okresem czasu potrzebnym do opróżnienia C1 oraz  $y$  czasem potrzebnym do opróżnienia C3, wtedy:

$$7R + x(R - J) = 0$$

$$(7 + x)R + 42(R - J) = 0$$

$$(49 + x)R + y(2R - 2J) = 0$$

Excel podaje rozwiązanie:  $x = 14$  oraz  $y = 63$ . Na marginesie,  $R$  może być dowolną wartością, tak długo jak  $J = 1.5 \cdot R$ .

Paweł zaczyna opróżniać C3 o czasie  $t = 7 + x + 42 = 63$  minut

1. Paweł zaczyna opróżniać C3 o czasie  $t = 7 + x + 42 = 63$  minut
2. Przestało padać 63 minut później, czyli o  $t = 126$  minut.