

Zagadki Eulera

Zadanie 1.

Oblicz:

a) i^i

b) 1^i

gdzie i – jednostka urojona. Wskazówka – skorzystaj ze wzoru Eulera.**Rozwiązanie**

Wiadomo, że

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x$$

W takim razie

$$a) e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} = \cos \frac{\pi}{2} + i \sin \frac{\pi}{2} = i$$

Mamy więc

$$e^{i \cdot \frac{\pi}{2}} = i$$

Lub ogólnie

$$e^{i \cdot (\frac{\pi}{2} + 2k\pi)} = i$$

Podnieśmy obie strony do potęgi i

$$i^i = \left(e^{i \cdot (\frac{\pi}{2} + 2k\pi)} \right)^i = e^{-\left(\frac{\pi}{2} + 2k\pi\right)}$$

Jak widać potęga i^i ma wiele wartości. Jedną z nich jest

$$i^i = e^{-\frac{\pi}{2}} = \frac{1}{e^{\frac{\pi}{2}}}$$

$$b) e^{i \cdot 2\pi} = \cos 2\pi + i \sin 2\pi = 1$$

Mamy więc

$$e^{i \cdot 2\pi} = 1$$

Lub ogólnie

$$e^{i \cdot 2k\pi} = 1$$

Podnieśmy obie strony do potęgi i

$$1^i = (e^{i \cdot 2k\pi})^i = e^{-2k\pi}$$

Jak widać potęga 1^i podobnie, jak potęga i^i ma wiele wartości. Jedną z nich jest

$$1^i = e^{-2\pi} = \frac{1}{e^{2\pi}}$$

Zadanie 2.

Wyznacz prostą Eulera dla:

- trójkąta ostrokątnego
- trójkąta o bokach 3; 4 i 5
- trójkąta rozwartokątnego

Rozwiązanie



