szkic rozwiązania – Jacek Kredenc

Trójkątne zadania

Zadanie 1.

Oblicz pole trójkąta o bokach: 5; 7; 10.

Rozwiązanie:

Wyznaczmy p równe Polowie obwodu

$$\frac{5+7+10}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

Wykorzystajmy teraz wzór Herona

$$P = \sqrt{11 \cdot 6 \cdot 4 \cdot 1} = \sqrt{66 \cdot 4} = 2\sqrt{66}$$

Zadanie 2.

Z sześcianu pewną płaszczyzną odcięto narożnik. Odcięta figura okazała się czworościanem. Parami prostopadłe krawędzie boczne tego czworościanu mają długości:

a) 3; 4; 5

b) 5; 12; 12

c) 3; 6; 12

Rozwiązanie:

Zastosujemy przestrzenne twierdzenie Pitagorasa

a) $P_1 = \frac{ab}{2} = 6;\qquad P_2 = \frac{ac}{2} = 7{,}5\qquad P_3 = \frac{bc}{2} = 10$

$$P_1^2 = 36;\qquad P_2^2 = 56{,}25;\qquad P_3^2 = 100$$

$$P_P^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = 36 + 56{,}25 + 100 = 192{,}25$$

$$P_P = \sqrt{192{,}25} = 0{,}5\sqrt{769}$$

$$P_C = 6 + 7{,}5 + 10 + 0{,}5\sqrt{769} = 23{,}5 + 0{,}5\sqrt{769}$$

b) $P_1 = \frac{ab}{2} = 30;\qquad P_2 = \frac{ac}{2} = 30\qquad P_3 = \frac{bc}{2} = 72$

$$P_1^2 = 900;\qquad P_2^2 = 900;\qquad P_3^2 = 5184$$

$$P_P^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = 900 + 900 + 5184 = 6984$$

$$P_P = \sqrt{6984} = 6\sqrt{194}$$

$$P_C = 30 + 30 + 72 + 6\sqrt{194} = 132 + 6\sqrt{194}$$

c) $P_1 = \frac{ab}{2} = 9;$ $\quad P_2 = \frac{ac}{2} = 18$ $\quad P_3 = \frac{bc}{2} = 36$

$$P_1^2 = 81; \qquad P_2^2 = 324; \qquad P_3^2 = 1296$$

$$P_P^2 = P_1^2 + P_2^2 + P_3^2 = 81 + 324 + 1296 = 1701$$

$$P_P = \sqrt{1701} = 9\sqrt{31}$$

$$P_C = 9 + 18 + 36 + 9\sqrt{31}$$

Zadanie 3.

Oblicz długości wszystkich wysokości w trójkącie o bokach 13; 3 i 11

Rozwiązanie:

Korzystając ze wzoru Herona obliczmy pole tego trójkąta

$$P = \frac{13 + 3 + 11}{2} = \frac{27}{2} = 13,5$$

$$P = \sqrt{13,5 \cdot 0,5 \cdot 10,5 \cdot 2,5} = \sqrt{177,1875} = 2,25\sqrt{35}$$

$$h_a = \frac{2P}{a} = \frac{4,5}{13}\sqrt{35} = \frac{9}{26}\sqrt{35}$$

$$h_b = \frac{2P}{b} = \frac{4,5}{3}\sqrt{35} = \frac{3}{2}\sqrt{35}$$

$$h_c = \frac{2P}{c} = \frac{4,5}{11}\sqrt{35} = \frac{9}{22}\sqrt{35}$$