EGZAMIN PO ÓSMEJ KLASIE
– ODPOWIEDZI i ROZWIĄZANIA (SM52)

Dla „Świata Matematyki” przygotował Witold Bednarek

ZADANIA ZAMKNIĘTE – ODPOWIEDZI

1. C; 2. C; 3. C; 4. B; 5. D; 6. A; 7. C; 8. A; 9. B; 10. C; 11. A; 12. C; 13. B; 14. B; 15. F i F; 16. P i P.

ZADANIA OTWARTE – ROZWIĄZANIA

Zadanie 17.

Oznaczmy wiek osoby A. Mamy równanie: $\frac{10 \cdot 15 + x}{11} = 16$. Stąd $x = 26$.

Zadanie 18.

Łatwo sprawdzić, że liczba 1010101 jest podzielna przez 101.

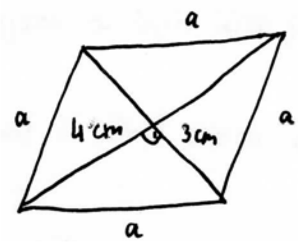
Zadanie 19.

Mamy: $2^{100} = (2^{10})^{10} = 1024^{10} > 1000^{10} = (10^3)^{10} = 10^{30}$, a liczba 10^{30} ma 31 cyfr.

Zadanie 20.

Mamy kolejno: $(a+b)(a+b)=3 \cdot 3$; $a \cdot a + a \cdot b + b \cdot a + b \cdot b = 9$; $a^2 + 2ab + b^2 = 9$; $a^2 + 2 \cdot 4 + b^2 = 9$; $a^2 + b^2 = 9 - 8$; $a^2 + b^2 = 1$.

Zadanie 21.



Mamy równanie Pitagorasa:
$3^2 + 4^2 = a^2$, czyli $a^2 = 25$, skąd $a = 5$.
Pole P rombu o przekątnych 6 cm i 8 cm wynosi: $P = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 8 = 24$ (cm²).
Z drugiej strony pole rombu (jako równoległoboku) wyraża się wzorem $P = a \cdot h$.
Zatem mamy równanie $a \cdot h = 24$, czyli $5h = 24$, skąd $h = 4\frac{4}{5}$ (cm).

Zadanie 22.

Niech a, b, c oznaczają długości trzech wzajemnie prostopadłych krawędzi prostopadłościanu. Na podstawie twierdzenia Pitagorasa mamy trzy równania:
$a^2 + b^2 = 6^2$ i $b^2 + c^2 = 8^2$ i $c^2 + a^2 = 24^2$, czyli
$a^2 + b^2 = 36$ i $b^2 + c^2 = 64$ i $c^2 + a^2 = 576$.
Po dodaniu stronami tych równań otrzymujemy:
$(a^2 + b^2) + (b^2 + c^2) + (c^2 + a^2) = 36 + 64 + 576$, czyli
$2(a^2 + b^2 + c^2) = 676$, skąd
$a^2 + b^2 + c^2 = 338$.
Korzystając dwukrotnie z twierdzenia Pitagorasa, wyznaczamy wzór na długość przekątnej d prostopadłościanu:
$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
Zatem $d^2 = 338$, skąd $d = \sqrt{338} = \sqrt{13^2 \cdot 2} = 13\sqrt{2}$ (cm).