Rozwinięcie pierwiastka

Zadanie 1.

Znajdź rozwinięcia w postaci ułamków łańcuchowych liczb:

$$a)\ \sqrt{6}; \qquad b)\ \sqrt{7}; \qquad c)\ \sqrt{10}$$

Rozwiązanie

a) $\sqrt{6} = \sqrt{2^2+2} = 2 + \cfrac{2}{4+\cfrac{2}{4+\cfrac{2}{4+\cfrac{2}{4+\cfrac{2}{4+\cfrac{2}{4+\cdots}}}}}}$

b) $\sqrt{7} = \sqrt{2^2+3} = 2 + \cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+\cfrac{3}{4+\cdots}}}}}}$

c) $\sqrt{10} = \sqrt{3^2+1} = 3 + \cfrac{1}{6+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{6+\cfrac{1}{6+\cdots}}}}}}$

Zadanie 2.

Oblicz przybliżoną wartość $\sqrt{3}$, stosując rozwinięcie ułamka łańcuchowego uwzględniające 5 kresek ułamkowych.

Rozwiązanie

$$\sqrt{3} = \sqrt{1^2+2} \approx 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2}}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+1}}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\frac{2}{3}}}}$$

$$= 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{\frac{6}{3}+\frac{2}{3}}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\cfrac{2}{\frac{8}{3}}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{2+\frac{3}{4}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{\frac{8}{4}+\frac{3}{4}}} = 1 + \cfrac{2}{2+\cfrac{2}{\frac{11}{4}}}$$

$$= 1 + \cfrac{2}{2+\frac{8}{11}} = 1 + \cfrac{2}{\frac{22}{11}+\frac{8}{11}} = 1 + \cfrac{2}{\frac{30}{11}} = 1 + \frac{11}{15} = \frac{26}{15}$$