Ułamki proste

Zadanie 1. Przedstaw następujące liczby w postaci sumy różnych ułamków prostych, stosując algorytm Fibonacciego:

a) $\frac{2}{11}$

b) $\frac{3}{13}$

c) $\frac{14}{15}$

Rozwiązanie:

a) $\frac{2}{11}=\frac{1}{\frac{11}{2}}=\frac{1}{5\frac{1}{2}}>\frac{1}{6};\ \frac{2}{11}-\frac{1}{6}=\frac{12}{66}-\frac{11}{66}=\frac{1}{66};\ \frac{2}{11}=\frac{1}{6}+\frac{1}{66}$

b) $\frac{3}{13}=\frac{1}{\frac{13}{3}}=\frac{1}{4\frac{1}{3}}>\frac{1}{5};\ \frac{3}{13}-\frac{1}{5}=\frac{15}{65}-\frac{13}{65}=\frac{2}{65};\ \frac{2}{65}=\frac{1}{\frac{65}{2}}=\frac{1}{32\frac{1}{2}}>\frac{1}{33};$

$$\frac{2}{65}-\frac{1}{33}=\frac{66}{2145}-\frac{65}{2145}=\frac{1}{2145};\ \frac{3}{13}=\frac{1}{5}+\frac{1}{33}+\frac{1}{2145}$$

c) $\frac{14}{15}=\frac{1}{\frac{15}{14}}=\frac{1}{1\frac{1}{14}}>\frac{1}{2};\ \frac{14}{15}-\frac{1}{2}=\frac{28}{30}-\frac{15}{30}=\frac{13}{30};\ \frac{13}{30}=\frac{1}{\frac{30}{13}}=\frac{1}{2\frac{4}{13}}>\frac{1}{3};$

$$\frac{13}{30}-\frac{1}{3}=\frac{13}{30}-\frac{10}{30}=\frac{3}{30}=\frac{1}{10};\ \frac{14}{15}=\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{1}{10}$$

Zadanie 2. Podobnie przedstaw następujące liczby w postaci sumy różnych ułamków prostych o nieparzystych mianownikach:

a) $\frac{2}{5}$

b) $\frac{4}{7}$

c) $\frac{3}{11}$

Rozwiązanie:

a) $\frac{2}{5}=\frac{1}{\frac{5}{2}}=\frac{1}{2\frac{1}{2}}>\frac{1}{3};\ \frac{2}{5}-\frac{1}{3}=\frac{6}{15}-\frac{5}{15}=\frac{1}{15};\ \frac{2}{5}=\frac{1}{3}+\frac{1}{15}$

b) $\frac{4}{7}=\frac{1}{\frac{7}{4}}=\frac{1}{1\frac{3}{4}}>\frac{1}{3};\ \frac{4}{7}-\frac{1}{3}=\frac{12}{21}-\frac{7}{21}=\frac{5}{21};\ \frac{5}{21}=\frac{1}{\frac{21}{5}}=\frac{1}{4\frac{1}{5}}>\frac{1}{5};\ \frac{5}{21}-\frac{1}{5}=\frac{25}{105}-\frac{21}{105}=\frac{4}{105};$

$$\frac{4}{105}=\frac{1}{\frac{105}{4}}=\frac{1}{26\frac{1}{4}}>\frac{1}{27};\ \frac{4}{105}-\frac{1}{27}=\frac{36}{945}-\frac{35}{945}=\frac{1}{945};\ \frac{4}{7}=\frac{1}{3}+\frac{1}{5}+\frac{1}{27}+\frac{1}{945}$$

c) $\frac{3}{11}=\frac{1}{\frac{11}{3}}=\frac{1}{3\frac{2}{3}}>\frac{1}{5};\ \frac{3}{11}-\frac{1}{5}=\frac{15}{55}-\frac{11}{55}=\frac{4}{55};\ \frac{4}{55}=\frac{1}{\frac{55}{4}}=\frac{1}{13\frac{3}{4}}>\frac{1}{15};$

$$\frac{4}{55}-\frac{1}{15}=\frac{12}{165}-\frac{11}{165}=\frac{1}{165};\ \frac{3}{11}=\frac{1}{5}+\frac{1}{15}+\frac{1}{165}$$