

## Język matematyki

**Zadanie 1.** Które z poniższych wypowiedzi są zdaniem w języku matematycznym?

- a) Każde jajko jest zgniłe.
- b)  $z + 7 = 8$
- c)  $2+2=3$
- d) Czy każda liczba rzeczywista jest wymierna?
- e) Równanie  $x^2 + 3 = 0$  ma rozwiązanie.

**Odpowiedź:**

Zdaniem są: a); c) i d)

**Zadanie 2.** Które z następujących zdań są tautologiami?

- a)  $[p \vee \sim (q \vee p)] \wedge (\sim p \vee q)$
- b)  $[p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow \sim p]$
- c)  $\sim [(\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim p \Rightarrow q)]$
- d)  $\sim [p \vee \sim (q \Rightarrow p)] \vee [(q \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p]$
- e)  $[\sim (p \Rightarrow q) \vee r] \Leftrightarrow [(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)]$

**Rozwiązanie**

a)

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \vee q</math></b>	<b><math>\sim (p \vee q)</math></b>	<b><math>p \vee \sim (q \vee p)</math></b>	<b><math>\sim p</math></b>	<b><math>\sim p \vee q</math></b>
<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>1</b>
<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>0</b>
<b>1</b>	<b>1</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>	<b>0</b>	<b>1</b>

$[p \vee \sim (q \vee p)] \wedge (\sim p \vee q)$
1
0
0
1

Nie jest tautologią

b)

p	q	$\sim p$	$q \Rightarrow \sim p$	$p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)$	$p \wedge q$	$(p \wedge q) \Rightarrow \sim p$
0	0	1	1	1	0	1
0	1	1	1	1	0	1
1	0	0	1	1	0	1
1	1	0	0	0	1	0

$[p \Rightarrow (q \Rightarrow \sim p)] \Rightarrow [(p \wedge q) \Rightarrow \sim p]$
1
1
1
1

To jest tautologia

c)

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim q \vee \sim p$	$\sim p \Rightarrow q$	$(\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim p \Rightarrow q)$
0	0	1	1	1	0	0

0	1	1	0	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0

$\sim [(\sim q \vee \sim p) \wedge (\sim p \Rightarrow q)]$
1
0
0
1

To nie jest tautologia

d)

p	q	$q \Rightarrow p$	$\sim (q \Rightarrow p)$	$p \vee \sim (q \Rightarrow p)$	$\sim [p \vee \sim (q \Rightarrow p)]$	$\sim p$	$(q \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p$
0	0	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	0	0

$\sim [p \vee \sim (q \Rightarrow p)] \vee [(q \Rightarrow p) \Rightarrow \sim p]$
1
1
0
0

To nie jest tautologia

e)

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>r</b>	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$\sim (p \Rightarrow q) \vee r$	$p \vee r$	$q \Rightarrow r$	$(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)$
0	0	0	1	0	0	0	1	0
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	0	0	0
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1	1	1	1

$[\sim (p \Rightarrow q) \vee r] \Leftrightarrow [(p \vee r) \wedge (q \Rightarrow r)]$
1
1
1
1
1
1
1
1

**To jest tautologia**

**Zadanie 3.** W miejsce kropek wstaw jeden z operatorów  $\wedge$ ;  $\vee$ ;  $\Rightarrow$ ;  $\Leftrightarrow$  tak, by powstałe wyrażenie logiczne było tautologią.

a)  $\sim (p \Rightarrow q) \dots \sim q$

b)  $(p \Rightarrow q) \dots p$

$$c) (p \Leftrightarrow q) \dots [(\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q)]$$

### Rozwiązanie

a) W rozwiązaniu pomoże nam poniższa tabelka

p	q	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$\sim q$
0	0	1	0	1
0	1	1	0	0
1	0	0	1	1
1	1	1	0	0

Z analizy wyróżnionych kolumn widać, że w miejsce kropek należy wpisać  $\Rightarrow$

b) W rozwiązaniu pomoże nam poniższa tabelka

p	q	$p \Rightarrow q$
0	0	1
0	1	1
1	0	0
1	1	1

Z analizy wyróżnionych kolumn widać, że w miejsce kropek należy wpisać  $\vee$

c) W rozwiązaniu pomoże nam poniższa tabelka

p	q	$p \Leftrightarrow q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$	$p \wedge q$	$(\sim p \vee \sim q) \vee (p \wedge q)$
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	0	0	0	0

Z analizy wyróżnionych kolumn widać, że w miejsce kropek należy wpisać V