

Rozwinięcie pierwiastka

Zadanie 1.

Znajdź rozwinięcia w postaci ułamków łańcuchowych liczb:

$$a) \sqrt{6}; \quad b) \sqrt{7}; \quad c) \sqrt{10}$$

Rozwiązanie

$$a) \sqrt{6} = \sqrt{2^2 + 2} = 2 + \frac{2}{4 + \frac{2}{4 + \frac{2}{4 + \frac{2}{4 + \frac{2}{4 + \dots}}}}}$$

$$b) \sqrt{7} = \sqrt{2^2 + 3} = 2 + \frac{3}{4 + \frac{3}{4 + \frac{3}{4 + \frac{3}{4 + \frac{3}{4 + \dots}}}}}$$

$$c) \sqrt{10} = \sqrt{3^2 + 1} = 3 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \frac{1}{6 + \dots}}}}}$$

Zadanie 2.

Oblicz przybliżoną wartość $\sqrt{3}$, stosując rozwinięcie ułamka łańcuchowego uwzględniające 5 kresek ułamkowych.

Rozwiązanie

$$\begin{aligned} \sqrt{3} &= \sqrt{1^2 + 2} \approx 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2}}}}} = 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + 1}}}} = 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{3}}}} \\ &= 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\frac{6}{3} + \frac{2}{3}}}} = 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\frac{8}{3}}}} = 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\frac{8}{4} + \frac{3}{4}}}} = 1 + \frac{2}{2 + \frac{2}{2 + \frac{2}{\frac{11}{4}}}} \\ &= 1 + \frac{2}{2 + \frac{8}{11}} = 1 + \frac{2}{\frac{22}{11} + \frac{8}{11}} = 1 + \frac{2}{\frac{30}{11}} = 1 + \frac{11}{15} = \frac{26}{15} \end{aligned}$$