

## Fałszywe monety

Zaproponuj sposób wskazania monety fałszywej, jeśli wiadomo, że :

a) masz do dyspozycji co najwyżej trzy ważenia. Wszystkich monet jest 27 i moneta fałszywa jest cięższa od pozostałych

b) masz do dyspozycji co najwyżej cztery ważenia. Wszystkich monet jest 40 i nie wiadomo, czy moneta fałszywa jest lżejsza czy też cięższa od pozostałych.

### **Rozwiązanie:**

a) Dzielimy wszystkie 27 monet na trzy równe części po 9 monet każda.

Ważenie pierwsze: Porównujemy wagę dwóch części. Trzecią część odkładamy na razie na bok.

Możliwe są dwa przypadki:

#### Przypadek I

Waga jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa moneta jest wśród dziewięciu monet nie ważonych.

#### Przypadek II

Waga nie jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa moneta jest wśród monet cięższych.

Ważenie drugie: Do ważenia bierzemy tylko tę grupę dziewięciu monet, co do której mamy pewność, że wśród nich jest fałszywa moneta. Pozostałe 18 dobrych monet odkładamy. Grupę 9 monet, dzielimy na trzy grupy po 3 monety. Porównujemy wagę dwóch części. Trzecią część odkładamy na razie na bok.

Możliwe są dwa przypadki:

#### Przypadek I

Waga jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa moneta jest wśród trzech nieważonych monet.

#### Przypadek II

Waga nie jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa moneta jest wśród monet cięższych.

Ważenie trzecie: Do ważenia bierzemy tylko tę grupę trzech monet, co do której mamy pewność, że wśród nich jest fałszywa moneta. Pozostałe 6 dobrych monet odkładamy. Porównujemy wagę dwóch z pozostałych trzech monet.

Możliwe są dwa przypadki:

Przypadek I

Waga jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa jest moneta nieważona.

Przypadek II

Waga nie jest w równowadze. Oznacza to, że fałszywa moneta jest cięższa z ważonych monet.

b) Numerujemy wszystkie monety i ich numery zamieniamy na kod trójkowy.

1	-0	0	0	1
2	-0	0	1	-1
3	-0	0	1	0
4	-0	0	1	1
5	-0	1	-1	-1
6	-0	1	-1	0
7	-0	1	-1	1
8	-0	1	0	-1
9	-0	1	0	0
10	-0	1	0	1
11	-0	1	1	-1
12	-0	1	1	0
13	-0	1	1	1
14	-1	-1	-1	-1
15	-1	-1	-1	0
16	-1	-1	-1	1
17	-1	-1	0	-1
18	-1	-1	0	0
19	-1	-1	0	1
20	-1	-1	1	-1

21	-1	-1	1	0
22	-1	-1	1	1
23	-1	0	-1	-1
24	-1	0	-1	0
25	-1	0	-1	1
26	-1	0	0	-1
27	-1	0	0	0
28	-1	0	0	1
29	-1	0	1	-1
30	-1	0	1	0
31	-1	0	1	1
32	-1	1	-1	-1
33	-1	1	-1	0
34	-1	1	-1	1
35	-1	1	0	-1
36	-1	1	0	0
37	-1	1	0	1
38	-1	1	1	-1
39	-1	1	1	0
40	-1	1	1	1

Liczynom parzystym nadajemy numery ujemne

1	-0	0	0	1
-2	-0	0	-1	1
3	-0	0	1	0
-4	-0	0	-1	-1
5	-0	1	-1	-1

-6-0 -1	1	0	
7-0 1	-1	1	
-8-0 -1	0	1	
9-0 1	0	0	
-10-0-1	0	-1	
11-0 1	1	-1	
-12-0-1	-1	0	
13-0 1	1	1	
-14--1	1	1	1
15-1 -1	-1	0	
-16--1	1	1	-1
17-1 -1	0	-1	
-18--1	1	0	0
19-1 -1	0	1	
-20--1	1	-1	1
21-1 -1	1	0	
-22--1	1	-1	-1
23-1 0	-1	-1	
-24--1	0	1	0
25-1 0	-1	1	
-26--1	0	0	1
27-1 0	0	0	
-28--1	0	0	-1
29-1 0	1	-1	
-30--1	0	-1	0
31-1 0	1	1	

-32	-1	-1	1	1
33	-1	1	-1	0
-34	-1	-1	1	-1
35	-1	1	0	-1
-36	-1	-1	0	0
37	-1	1	0	1
-38	-1	-1	-1	1
39	-1	1	1	0
-40	-1	-1	-1	-1

Liczbie o numerze -40 nadajemy numer 0

1	-0	0	0	1
-2	-0	0	-1	1
3	-0	0	1	0
-4	-0	0	-1	-1
5	-0	1	-1	-1
-6	-0	-1	1	0
7	-0	1	-1	1
-8	-0	-1	0	1
9	-0	1	0	0
-10	-0	-1	0	-1
11	-0	1	1	-1
-12	-0	-1	-1	0
13	-0	1	1	1
-14	--1	1	1	1
15	-1	-1	-1	0
-16	--1	1	1	-1

17 - 1 -1	0	-1	
-18 - -1	1	0	0
19 - 1 -1	0	1	
-20 - -1	1	-1	1
21 - 1 -1	1	0	
-22 - -1	1	-1	-1
23 - 1 0	-1	-1	
-24 - -1	0	1	0
25 - 1 0	-1	1	
-26 - -1	0	0	1
27 - 1 0	0	0	
-28 - -1	0	0	-1
29 - 1 0	1	-1	
-30 - -1	0	-1	0
31 - 1 0	1	1	
-32 - -1	-1	1	1
33 - 1 1	-1	0	
-34 - -1	-1	1	-1
35 - 1 1	0	-1	
-36 - -1	-1	0	0
37 - 1 1	0	1	
-38 - -1	-1	-1	1
39 - 1 1	1	0	
0 - 0 0	0	0	

Monecie o numerze 9 nadajemy numer -9

1 - 0 0	0	1	
---------	---	---	--

-2-0 0	-1	1	
3-0 0	1	0	
-4-0 0	-1	-1	
5-0 1	-1	-1	
-6-0 -1	1	0	
7-0 1	-1	1	
-8-0 -1	0	1	
-9-0 -1	0	0	
-10-0-1	0	-1	
11-0 1	1	-1	
-12-0-1	-1	0	
13-0 1	1	1	
-14--1	1	1	1
15-1 -1	-1	0	
-16--1	1	1	-1
17-1 -1	0	-1	
-18--1	1	0	0
19-1 -1	0	1	
-20--1	1	-1	1
21-1 -1	1	0	
-22--1	1	-1	-1
23-1 0	-1	-1	
-24--1	0	1	0
25-1 0	-1	1	
-26--1	0	0	1
27-1 0	0	0	

-28	-1	0	0	-1
29	-1	0	1	-1
-30	-1	0	-1	0
31	-1	0	1	1
-32	-1	-1	1	1
33	-1	1	-1	0
-34	-1	-1	1	-1
35	-1	1	0	-1
-36	-1	-1	0	0
37	-1	1	0	1
-38	-1	-1	-1	1
39	-1	1	1	0
0	-0	0	0	0

Monecie o numerze 1 nadajemy numer -1

-1	-0	0	0	-1
-2	-0	0	-1	1
3	-0	0	1	0
-4	-0	0	-1	-1
5	-0	1	-1	-1
-6	-0	-1	1	0
7	-0	1	-1	1
-8	-0	-1	0	1
-9	-0	-1	0	0
-10	-0	-1	0	-1
11	-0	1	1	-1
-12	-0	-1	-1	0

13 - 0 1	1	1	
-14 - -1	1	1	1
15 - 1 -1	-1	0	
-16 - -1	1	1	-1
17 - 1 -1	0	-1	
-18 - -1	1	0	0
19 - 1 -1	0	1	
-20 - -1	1	-1	1
21 - 1 -1	1	0	
-22 - -1	1	-1	-1
23 - 1 0	-1	-1	
-24 - -1	0	1	0
25 - 1 0	-1	1	
-26 - -1	0	0	1
27 - 1 0	0	0	
-28 - -1	0	0	-1
29 - 1 0	1	-1	
-30 - -1	0	-1	0
31 - 1 0	1	1	
-32 - -1	-1	1	1
33 - 1 1	-1	0	
-34 - -1	-1	1	-1
35 - 1 1	0	-1	
-36 - -1	-1	0	0
37 - 1 1	0	1	
-38 - -1	-1	-1	1

39 – 1 1 1 0

0 – 0 0 0 0

W pierwszym ważeniu na lewej szalce wagi umieszczamy 13 monet. Są to monety, które na pierwszej pozycji mają wartość -1, czyli -14; -16; -18; -20; -22; -24; -26; -28; -30; -32; -34; -36 i -38.

Na prawej szalce wagi umieszczamy 13 monet, które na pierwszej pozycji mają wartość 1, czyli -15; 17; 19; 21; 23; 25; 27; 29; 31; 33; 35; 37 i 39

Pierwszemu ważeniu przypisujemy wartość:

-27, gdy lewa szalka jest cięższa od prawej

0, gdy obie szalki wagi są w równowadze

27, gdy lewa szalka jest lżejsza od prawej.

W drugim ważeniu na lewej szalce wagi umieszczamy 13 monet. Są to monety, które na drugiej pozycji mają wartość -1, czyli -6; -8; -9; -10; -12; 15; 17; 19; 21; -32; -34; -36 i -38.

Na prawej szalce wagi umieszczamy 13 monet, które na drugiej pozycji mają wartość 1, czyli 5; 7; 11; 13; -14; -16; -18; -20; -22; 33; 35; 37 i 39

drugiemu ważeniu przypisujemy wartość:

-9, gdy lewa szalka jest cięższa od prawej

0, gdy obie szalki wagi są w równowadze

9, gdy lewa szalka jest lżejsza od prawej.

W trzecim ważeniu na lewej szalce wagi umieszczamy 13 monet. Są to monety, które na trzeciej pozycji mają wartość -1, czyli -2; -4; 5; 7; -12; 15; -20; -22; 23; 25; -30; 33 i -38.

Na prawej szalce wagi umieszczamy 13 monet, które na trzeciej pozycji mają wartość 1, czyli 3; -6; 11; 13; -14; -16; 21; -24; 29; 31; -32; -34 i 39

trzeciemu ważeniu przypisujemy wartość:

-3, gdy lewa szalka jest cięższa od prawej

0, gdy obie szalki wagi są w równowadze

3, gdy lewa szalka jest lżejsza od prawej.

W czwartym ważeniu na lewej szalce wagi umieszczamy 13 monet. Są to monety, które na czwartej pozycji mają wartość -1, czyli -1; -4; 5; -10; 11; -16; 17; -22; 23; -28; 29; -34 i 35 .

Na prawej szalce wagi umieszczamy 13 monet, które na czwartej pozycji mają wartość 1, czyli -2; 7; -8; 13; -14; 19; -20; 25; -26; 31; -32; 37 i -38

czwartemu ważeniu przypisujemy wartość:

-1, gdy lewa szalka jest cięższa od prawej

0, gdy obie szalki wagi są w równowadze

1, gdy lewa szalka jest lżejsza od prawej.

Aby ustalić, która moneta jest fałszywa, wystarczy zsumować otrzymane wartości wszystkich czterech ważeń i pamiętać o tym, że wartość sumy wszystkich czterech ważeń jest z dokładnością do znaku, taka jak numer fałszywej monety. Dodatkowo, gdy wartość sumy ważeń ma taki sam znak, jak numer monety, to fałszywa moneta jest cięższa od pozostałych, gdy wartość sumy i numer monety mają różne znaki, to fałszywa moneta jest lżejsza od pozostałych. Gdy monetą fałszywą okaże się moneta o numerze 0, wtedy nie wiemy, czy jest ona cięższa, czy lżejsza od pozostałych.