

Rozwiązanie zadania dla Czytelników – Drzewo

Zadanie:

Po dwóch równoległych torach dwa pociągi jadą w przeciwnych kierunkach. Pierwszy pociąg o długości d_1 porusza się z prędkością v_1 , a drugi pociąg o długości d_2 porusza się z prędkością v_2 . Gdy pociągi zaczynają się wzajemnie mijać, to mijają rosnące obok torów drzewo (rys. 0.). Na rysunkach 1, 2, 3 przedstawione zostało wzajemne położenie pociągów i drzewa w chwili końcowej mijania się pociągów. Który z rysunków 1 lub 2 lub 3 zgodny jest z rzeczywistością, jeśli wiadomo, że: $d_1 = 300\text{m}$, $v_1 = 50\text{km/godz.}$, $d_2 = 500\text{m}$, $v_2 = 90\text{km/godz.}$

Rys. 0.

Rys. 1.

Rys. 2.

Rys. 3.

Rysunki 0 ÷ 3 znajdują się na stronie 38 Świata Matematyki nr 40 (4/2016).

Rozwiązanie zadania:

Niech pierwszy pociąg o długości d_1 porusza się z taką prędkością u , że rys. 1. jest zgodny z rzeczywistością. Wówczas:

- Jeśli $v_1 = u$, to faktycznie rys. 1. jest zgodny z rzeczywistością.
- Jeśli $v_1 > u$, to rys. 2. jest zgodny z rzeczywistością.
- Jeśli $v_1 < u$, to rys. 3. jest zgodny z rzeczywistością.

Pociąg drugi będzie znajdował się w położeniu przedstawionym na rys. 1. po upływie czasu τ od momentu przedstawionego na rys. 0. W ciągu czasu t pociąg drugi poruszający się z prędkością v_2 musi przebyć drogę, która jest równa jego długości d_2 , więc:

$$v_2 * \tau = d_2 .$$

W czasie τ pierwszy pociąg o długości d_1 poruszający się z prędkością u musi przebyć drogę, która jest równa jego długości, więc:

$$u * \tau = d_1 .$$

Dzieląc stronami równania $u * \tau = d_1$ oraz $v_2 * \tau = d_2$ otrzymujemy:

$$\frac{u * \tau}{v_2 * \tau} = \frac{d_1}{d_2} ,$$

a stąd

$$\frac{u}{v_2} = \frac{d_1}{d_2},$$

więc

$$u = v_2 * \frac{d_1}{d_2}.$$

Korzystając z tego, że $d_1 = 300\text{m}$, $d_2 = 500\text{m}$, $v_2 = 90\text{km/godz.}$ obliczamy prędkość u :

$$u = 90\text{km/godz.} * \frac{300\text{m}}{500\text{m}} = 90\text{km/godz.} * \frac{3}{5} = 18\text{km/godz.} * 3 = 54\text{km/godz.}$$

Pierwszy pociąg o długości d_1 porusza się z prędkością $v_1 = 50\text{km/godz.} < 54\text{km/godz.}$, więc to rys. 3. jest zgodny z rzeczywistością.

Odpowiedź:

Rys. 3. Przedstawia zgodne z rzeczywistością położenie pociągów.