

Rozwiązania zadań dla Czytelników

TRUDNE WYRAZY

Zadanie „OSIEM LITER”:

Ile można utworzyć wyrazów ośmioznakowych takich, że kolejne:

- a) trzy pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, czwarty i piąty znak są cyframi, a trzy ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać),
- b) dwa pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, trzeci, czwarty, piąty i szósty znak są cyframi, a dwa ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać) ?

Rozwiązanie zadania (a):

Do obliczenia liczby wszystkich wyrazów ośmioznakowych takich, że trzy pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, czwarty i piąty znak są cyframi, a trzy ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać) zastosujemy regułę iloczynu („Świat Matematyki” nr 33).

W następujących trzech krokach możemy utworzyć opisany powyżej ośmioznakowy wyraz:

Krok pierwszy:

Tworzymy trójznakowy wyraz złożony z trzech znaków, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (litery mogą się powtarzać). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^3 = 26^3 = 17576.$$

Krok drugi:

Tworzymy dwuznakowy wyraz złożony z dwóch cyfr (cyfry mogą się powtarzać). Liczba

takich wyrazów wynosi: $W_{10}^2 = 10^2 = 100.$

Krok trzeci:

Tworzymy trójznakowy wyraz złożony z trzech znaków, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery mogą się powtarzać). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^3 = 26^3 = 17576.$$

Zatem liczba wszystkich wyrazów ośmioznakowych takich, że trzy pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, czwarty i piąty znak są cyframi, a trzy ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać) wynosi:

$$17576 * 100 * 17576 = 30891577600 \approx 3,1 * 10^{10}.$$

Rozwiązanie zadania (b):

Do obliczenia liczby wszystkich wyrazów ośmioznakowych takich, że dwa pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, trzeci, czwarty, piąty i szósty znak są cyframi, a dwa ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać) zastosujemy regułę iloczynu.

W następujących trzech krokach możemy utworzyć opisany powyżej ośmioznakowy wyraz:

Krok pierwszy:

Tworzymy dwuznakowy wyraz złożony z dwóch znaków, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (litery mogą się powtarzać). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^2 = 26^2 = 676.$$

Krok drugi:

Tworzymy czteroznakowy wyraz złożony z czterech znaków, które są cyframi (cyfry mogą się powtarzać). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{10}^4 = 10^4 = 10000.$$

Krok trzeci:

Tworzymy dwuznakowy wyraz złożony z dwóch znaków, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery mogą się powtarzać). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^2 = 26^2 = 676.$$

Zatem liczba wszystkich wyrazów ośmioznakowych takich, że dwa pierwsze znaki są małymi literami alfabetu łacińskiego, trzeci, czwarty, piąty i szósty znak są cyframi, a dwa ostatnie znaki są dużymi literami alfabetu łacińskiego (litery i cyfry mogą się powtarzać) wynosi:

$$676 * 10000 * 676 = 4569760000 \approx 4,6 * 10^9.$$

Zadanie „... ZE ZNAKAMI”:

Obliczyć liczbę wyrazów ośmioznakowych, które można utworzyć:

- a) ze wszystkich, z możliwością powtórzeń, małych liter alfabetu łacińskiego
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z};
- b) ze wszystkich, z możliwością powtórzeń, małych i dużych liter alfabetu łacińskiego
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z};
- c) ze wszystkich, z możliwością powtórzeń, dużych liter alfabetu łacińskiego
{A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}
oraz cyfr {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
- d) ze wszystkich, z możliwością powtórzeń, małych i dużych liter alfabetu łacińskiego
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}
oraz cyfr {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9};
- e) ze wszystkich, z możliwością powtórzeń, małych i dużych liter alfabetu łacińskiego
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z}, cyfr {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}
oraz (dwudziestu czterech) znaków
{!, @, #, \$, %, ^, &, *, -, +, =, (,), {, }, [,], <, >, ?, /, \, |};

Rozwiązanie zadania (a):

Liczba wszystkich 8 wyrazowych wariacji z powtórzeniami 26 elementowego zbioru
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z} wynosi:

$$W_{26}^8 = 26^8 = 208827064576 \approx 2,1 * 10^{11} .$$

Rozwiązanie zadania (b):

Liczba wszystkich 8 wyrazowych wariacji z powtórzeniami 52 elementowego zbioru
{a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z} wynosi:

$$W_{52}^8 = 52^8 = 53459728531456 \approx 5,3 * 10^{13} .$$

Rozwiązanie zadania (c):

Liczba wszystkich 8 wyrazowych wariacji z powtórzeniami 36 elementowego zbioru {A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} wynosi:

$$W_{36}^8 = 36^8 = 2821109907456 \approx 2,8 * 10^{13} .$$

Rozwiązanie zadania (d):

Liczba wszystkich 8 wyrazowych wariacji z powtórzeniami 62 elementowego zbioru {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} wynosi:

$$W_{62}^8 = 62^8 = 218340105584896 \approx 2,2 * 10^{14} .$$

Rozwiązanie zadania (e):

Liczba wszystkich 8 wyrazowych wariacji z powtórzeniami 86 elementowego zbioru {a, b, c, d, e, f, g, h, i, j, k, l, m, n, o, p, q, r, s, t, u, v, w, x, y, z, A, B, C, D, E, F, G, H, I, J, K, L, M, N, O, P, Q, R, S, T, U, V, W, X, Y, Z, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, !, @, #, \$, %, ^, &, *, -, +, =, (,), {, }, [,], <, >, ?, /, \, | ;} wynosi:

$$W_{86}^8 = 86^8 = 2992179271065856 \approx 3 * 10^{15} .$$

Zadanie „JEDENAŚCIE”:

Ile można utworzyć wyrazów jedenastoznakowych takich, że jedenaście znaków tworzących wyraz to kolejno:

- cztery znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń),
- cztery znaki, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń),
- trzy znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń),

- b) trzy znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń),
cztery znaki, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń),
cztery znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń) ?

Rozwiązanie zadania (a):

Do obliczenia liczby wszystkich wyrazów jedenastoznakowych takich, że jednaście znaków tworzących wyraz to kolejno cztery znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), trzy znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń), zastosujemy regułę iloczynu. W następujących trzech krokach możemy utworzyć opisany powyżej jedenastoznakowy wyraz:

Krok pierwszy:

Tworzymy czteroznakowy wyraz złożony z czterech znaków, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^4 = 26^4 = 456976.$$

Krok drugi:

Tworzymy czteroznakowy wyraz złożony z czterech znaków, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^4 = 26^4 = 456976.$$

Krok trzeci:

Tworzymy trójznakowy wyraz złożony z trzech znaków, które są cyframi (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi: $W_{10}^3 = 10^3 = 1000$.

Zatem liczba wszystkich wyrazów jedenastoznakowych takich, że jednaście znaków tworzących wyraz to kolejno cztery znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są niepowtarzającymi się dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), trzy znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń) wynosi:

$$26^4 * 26^4 * 10^3 = 26^8 * 10^3 = 208827064576000 \approx 2,1 * 10^{14}.$$

Rozwiązanie zadania (b):

Do obliczenia liczby wszystkich wyrazów jedenastoznakowych takich, że jednaście znaków tworzących wyraz to kolejno trzy znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń), zastosujemy regułę iloczynu. W następujących trzech krokach możemy utworzyć opisany powyżej jedenastoznakowy wyraz:

Krok pierwszy:

Tworzymy trójznakowy wyraz złożony z trzech znaków, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^3 = 26^3 = 17576.$$

Krok drugi:

Tworzymy czteroznakowy wyraz złożony z czterech znaków, które są dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi:

$$W_{26}^4 = 26^4 = 456976.$$

Krok trzeci:

Tworzymy czteroznakowy wyraz złożony z czterech znaków, które są cyframi (z możliwością powtórzeń). Liczba takich wyrazów wynosi: $W_{10}^4 = 10^4 = 10000$.

Zatem liczba wszystkich wyrazów jedenastoznakowych takich, że jednaście znaków tworzących wyraz to kolejno trzy znaki, które są małymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są niepowtarzającymi się dużymi literami alfabetu łacińskiego (z możliwością powtórzeń), cztery znaki, które są cyframi (z możliwością powtórzeń) wynosi:

$$26^3 * 26^4 * 10^4 = 26^7 * 10^4 = 80318101760000 \approx 0,8 * 10^{14}.$$