

Jacek Kredenc

## Wejście do systemu

### Zadanie 1

Zapisz w systemie piątkowym liczbę 2016

#### Rozwiązanie

Wystarczy wykonać następujące dzielenia z resztą

$$2016:5 = 403 \quad \text{reszty} \quad 1$$

$$403:5 = 80 \quad \text{reszta} \quad 3$$

$$80:5 = 16 \quad \text{reszta} \quad 0$$

$$16:5 = 3 \quad \text{reszta} \quad 1$$

$$3:5 = 0 \quad \text{reszta} \quad 3$$

W takim razie

$$2016 = (31031)_5$$

### Zadanie 2

W jakim systemie liczbowym wykonano to działanie:  $5263 + 4321 = 12614$

#### Rozwiązanie

Ponieważ w zapisanym wyrażeniu największą cyfrą, która występuje, jest cyfra 6, to zapisane działanie jest zapisane w systemie co najmniej siódmkowym.

Drugą cyfrą od strony prawej w pierwszym składniku jest cyfra 6, a w drugim składniku cyfra 2. Gdyby liczba zapisana była w systemie dziesiętnym lub dziewiątkowym, to w sumie drugą cyfrą od strony prawej byłaby cyfra 8, a jest cyfra 1.

W systemie ósemkowym, na drugiej pozycji licząc od strony prawej w sumie była by cyfra 0 a jest cyfra 1, więc poostaje system siódmkowy.

### Zadanie 3

Zapisz w systemie trójkowym, bez użycia cyfry 2, labę 2016.

#### Rozwiązanie

Na początek wykonajmy kolejne dzielenia, jak w zadaniu 1.

$$2016:3 = 672 \quad \text{reszta} \quad 0$$

$$672:3 = 224 \quad \text{reszta} \quad 0$$

$$224:3 = 74 \quad \text{reszta} \quad 2$$

$$74:3 = 24 \quad \text{reszta} \quad 2$$

$$24:3 = 8 \quad \text{reszta} \quad 0$$

$$8:3 = 2 \quad \text{reszta} \quad 2$$

$$2:3 = 0 \quad \text{reszta} \quad 2$$

W normalnym systemie trójkowym mamy

$$2016 = (2202200)_3$$

Ale

$$(2202200)_3 = 2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0$$

Ponieważ

$$2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18 = 27 - 9 = 1 \cdot 3^3 - 1 \cdot 3^2$$

Więc

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 0 \cdot 3^4 + 2 \cdot 3^3 + (1 \cdot 3^3 - 1 \cdot 3^2) + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 &= 2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + \\ + 0 \cdot 3^4 + 3 \cdot 3^3 - 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 &= 2 \cdot 3^6 + 2 \cdot 3^5 + 3^4 - 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 = \end{aligned}$$

I jeszcze

$$2 \cdot 3^5 = 2 \cdot 243 = 486 = 729 - 243 = 1 \cdot 3^6 - 1 \cdot 3^5$$

Więc

$$\begin{aligned} 2 \cdot 3^6 + (1 \cdot 3^6 - 1 \cdot 3^5) + 3^4 - 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 &= 3 \cdot 3^6 - 1 \cdot 3^5 + 3^4 - 1 \cdot 3^2 + \\ + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 &= 3^7 - 1 \cdot 3^5 + 3^4 - 1 \cdot 3^2 + 0 \cdot 3^1 + 0 \cdot 3^0 \end{aligned}$$

Co można zapisać

$(10\bar{1}10\bar{1}00)_3$

#### Zadanie 4

Uzupełnij linijkę o dalsze liczby tak, by z jej pomocą można było odmierzyć z dokładnością do jednego centymetra każdy odcinek od 1 do 30 cm.

#### Rozwiązanie

Na linijce zaznaczone są punkty: 0; 1; 3; 7 i 12. Daje to możliwość odmierzania odcinków o następujących długościach:

1 cm – od 0 do 1

2 cm – od 1 do 3

3 cm – od 0 do 3

4 cm – od 3 do 7

5 cm – od 7 do 12

6 cm – od 1 do 7

7 cm – od 0 do 7

9 cm – od 3 do 12

11 cm – od 1 do 12

12 cm – od 0 do 12.

Po uzupełnieniu podziałki o punkt 20, za pomocą tej linijki będziemy mogli także odmierzać następujące odcinki:

8 cm – od 12 do 20

13 cm – od 7 do 20

17 cm – od 3 do 20

19 cm – od 1 do 20

20 cm – od 0 do 20

Następujący punkt to 30, który poszerza możliwości naszej linijki o

10 cm – od 20 do 30

18 cm – od 12 do 30

23 cm – od 7 do 30

27 cm – od 3 do 30

29 cm – od 1 do 30

30 cm – od 0 do 30

Aby odmierzać odcinek o długości 14 cm, dodamy punkt 44

14 cm – od 30 do 44

24 cm – od 20 do 44

I pewne odcinki dłuższe od 30 cm,

Żeby odmierzyć odcinek o 15 cm, trzeba dodać punkt 59:

15 cm – od 44 do 59.

Niestety, od tej pory niektóre odcinki będzie można odmierzać na więcej niż jeden sposób, bo od 30 do 59 jest 29 cm.

Aby odmierzać odcinek o długości 16 cm, dodajemy punkt 75

16 cm – od 59 do 75

Po dodaniu punktu 96, możemy odmierzyć odcinek 21 cm

21 cm – od 75 do 96

By odmierzyć odcinek 22 cm, potrzebny jest punkt 118

22 cm – od 96 do 118

Po dodaniu punktów 143 i 169 będziemy mogli odmierzać odcinki

25 cm – od 118 do 143

26 cm – od 143 do 169.

Brakuje jeszcze sposobu mierzenia odcinka o długości 28 cm. Dodajmy więc jeszcze punkt 197.

Tak więc nasza linijkę należy uzupełnić o punkty: 20; 30; 44; 59; 75; 96; 118; 143; 169 i 197.